MESRSFP | REPUBLIQUE DU TCHAD | MENPC

Office National des Examens et Concours du Supérieur

BACCALAURÉAT — الهيئة الوطنية للامتحانات والمسابقات العالية — الشهادة الثانوية

COEFF. : 4 — SESSION 2024 دورة — DUREE : 4 H

MATHÉMATIQUES

SÉRIE D

EXERCICE 1

1. On considère, dans l'ensemble C des nombres complexes, l'équation :(E) : $z^2 - 4z + 8 = 0$.
   a) Résoudre l'équation (E).
   b) Écrire la solution dont la partie imaginaire est négative sous la forme trigonométrique.
2. Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A etB d'affixes respectives $2 - 2i$ et$2 + 2i$.
   a) Écrire sous forme algébrique, le complexe $u = \frac{z_B}{z_A}$.
   b) En déduire la nature du triangle OAB.

3 On considère l'application f du plan $\mathcal{P}$ dans lui-même qui à tout point M d'affixez associe le point M' d'affixez' tel que $z' = e^{i\frac{\pi}{3}}z$.
   a) Préciser la nature de f.
   b) Écrire sous forme trigonométrique, puis sous forme algébrique, l'affixe $z_{A'}$ du pointA' tel que $A' = f(A)$.
   c) En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$.

EXERCICE 2

Un sac contient 5 boules bleues, 3 boules jaunes et 2 boules rouges indiscernables au toucher. On tire successivement et sans remise, trois boules du sac.

1) Déterminer le nombre de cas possibles.
2) Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :
   A : « Tirer une boule bleue, puis une boule jaune, puis une boule rouge »
   B : « Tirer une boule bleue et une boule jaune et une boule rouge »
3) Soit X La variable aléatoire associé au nombre de couleurs dans chaque tirage.
   a) Déterminer les valeurs de X.
   b) Déterminer la loi de probabilité de X.
   c) Calculer E(X) ; V (X) et $\sigma(X)$.
4) Déterminer et représenter la courbe de la fonction répartition$F(X)$.

PROBLEME

Partie A : On définit la fonction g sur l'intervalle]1 ; +∞[par : $g(x) = 2x - (x-1)\ln(x-1)$.

1) On admet que : $\lim\limits_{x \to 0} x\ln x = 0$. En déduire la limite de g lorsque x tend vers 1.
2) Calculer g'(x) pour $x \in]1 ; +\infty[$.
3) Résoudre l'inéquation : $1 - \ln(1-x) > 0$, d'inconnue $x \in]1 ; +\infty[$.
4) Etudier le sens de variation de g sur l'intervalle]1 ; +∞[.
5) Montrer que l'équation g(x) = 0 admet une solution unique notée α dans l'intervalle $[e+1 ; e^2+1]$ puis étudier le signe de g(x) sur l'intervalle]1 ; +∞[.

Partie B : Soit φ la fonction définie sur l'intervalle]1 ; +∞[par : $\varphi(x) = \frac{\ln(x^2-1)}{x}$.

1) Calculer $\lim\limits_{x \to 1} \varphi(x)$ et prouver que $\lim\limits_{x \to +\infty} \varphi(x) = 0$.
2) Calculer $\varphi'(x)$ et montrer que $\varphi'(x)$ a le même signe que $g(x^2)$ sur]1 ; +∞[.
3) Montrer que φ est croissante sur l'intervalle $]1 ; \sqrt{\alpha}]$ et décroissante sur $[\sqrt{\alpha} ; +\infty[$.

Partie C : On définit la fonction f sur l'intervalle]0 ; +∞[par $f(x) = \frac{\ln(e^{2x}-1)}{e^x}$

1) Vérifier que pour tout $x \in]0 ; +\infty[$, $f(x) = \varphi(e^x)$.
2) En déduire :
   a) La limite de f lorsque x tend vers 0 ;
   b) La limite de f lorsque x tend vers +∞ ;
   c) Le sens de variation de f sur]0 ; +∞[et que f admet un maximum en $\ln(\sqrt{\alpha})$.
3) Montrer que, pour tout $x \in]0 ; +\infty[$, $f(x) \leq \frac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha-1}$.